

CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
**FLORICA T. CÂMPAN**  
EDIȚIA A X-A  
ETAPA JUDEȚEANĂ, 20 FEBRUARIE 2010



**Clasa a VII-a**

**SUBIECTUL I**

- a) Aflați toate numerele întregi  $x$  pentru care  $\frac{3x+2}{4x-3}$  și  $\frac{4x-3}{3x+2}$  sunt simultan numere întregi.
- b) Fie  $F(x) = \frac{nx+n-1}{(n+1)x-n}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ . Demonstrați că există cel puțin două numere naturale impare  $a$  și  $b$  astfel încât  $F(a)=b$  și  $F(b)=a$ .

**SUBIECTUL II**

Două pătrate de hârtie sunt suprapuse unul peste celălalt, astfel încât să coincidă, pe o suprafață plană presupusă nemărginită. Se alege un punct  $O$  pe pătratul situat deasupra. Se taie pătratul de deasupra după segmentele determinate de  $O$  și vârfurile lui și fiecare triunghi astfel obținut se așază pe suprafața plană astfel încât, latura care era și latură a pătratului, să rămână lipită de latura pătratului rămas, iar vârful opus ei să fie simetricul lui  $O$  față de aceeași latură a pătratului pe suprafața plană (nu se ia în considerare grosimea celor două pătrate).

- a) Ce legătură există între aria unuia dintre cele două pătrate și aria figuri geometrice obținute?
- b) Ce figură geometrică  $\mathcal{F}$  se obține prin procedeul expus în enunț? Justificați răspunsul.
- c) Dacă  $OA_1 \cdot OA_4 = OA_2 \cdot OA_3$ , unde  $A_1, A_2, A_3, A_4$  sunt proiecțiile lui  $O$  pe cele patru laturi consecutive, demonstrați că punctul  $O$  se află pe o diagonală a pătratului și precizați proprietățile caracteristice suplimentare ale figuri geometrice  $\mathcal{F}$ .

**SUBIECTUL III**

Trapezul  $ABCD$  are baza mare  $[AB]$ ,  $O$  este punctul de intersecție al diagonalelor lui iar  $D'$  este simetricul punctului  $D$  față de  $O$ . Demonstrați că:

- a) Dacă  $\sphericalangle ACD \equiv \sphericalangle BDC$ , atunci  $ABCD$  este trapez isoscel.
- b) Dacă  $AC \perp BD$  și  $AD' \perp BC$ , atunci  $ABCD$  este trapez isoscel.

**Notă:** Timp de lucru - 2 ore.

Fiecare subiect se notează cu punctaje cuprinse între 2 și 15.